

- ÜNİTE 2 -

KÜMELER

- Küme Tanımı ve Temel Kavramlar
- Kümelerin Gösterimi
- Alt Küme
- Kümelerde İşlemler
- Kartezyen Çarpım
- Küme Problemleri

Kümelerin Gösterimi

- a) **Liste Yöntemi:** Kümelerin elemanları aralarına virgül konularak küme parantezi içinde yazılır.
- b) **Ortak Özellik Yöntemi:** Kümelerin eleman sayıları çok ise bu elemanlar ortak bir özelliğe göre yazılabilir.
- c) **Venn Şeması Yöntemi:** Kümenin elemanları kapalı bir eğri içinde "•" nın yanına elemanın adı yazılarak gösterilir.

Sonlu Küme

Eleman sayıları bir doğal sayı ile ifade edilebilen kümelerdir.

Sonsuz Küme

Eleman sayıları bir doğal sayı ile ifade edilemeyen yani sonsuz elemanlı kümelerdir.

Alt Küme

A ve B iki küme olmak üzere B nin her elemanı A nın da bir elemanı oluyorsa B ye A nın alt kümesi denir.

$B \subseteq A$ ile gösterilir.

Alt Kümenin Özellikleri

- Her küme kendisinin alt kümesidir.
 $A \subseteq A$
- $\emptyset$ her kümenin alt kümesidir.
 $\emptyset \subseteq A$
- n elemanlı bir kümenin 2^n tane alt kümesi, $2^n - 1$ tane öz alt kümesi vardır.

Öz alt Küme:

Kümenin kendisi hariç diğer alt kümelerine öz alt kümeleri denir.

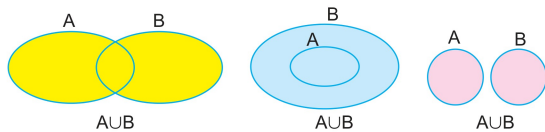
B kümesi A kümesinin alt kümesi ve $A \neq B$ ise B kümesine A kümesinin öz alt kümesi denir.

$B \subset A$ ile gösterilir.

Kümelerin Birleşimi ($\cup$)

A ve B iki küme olmak üzere, A veya B kümesindeki tüm elemanlardan oluşan kümeye A ile B nin birleşim kümesi denir.

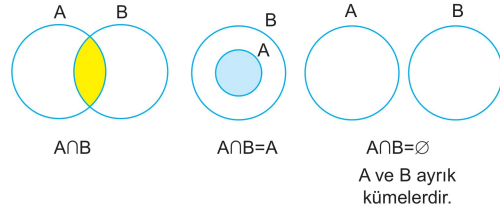
$A \cup B$ ile gösterilir.

**Birleşim İşleminin Özellikleri**

- $A \cup A = A$
- $A \cup B = B \cup A$
- $A \cup E = E$
- $A \cup \emptyset = A$
- $A \subset B$ ise $A \cup B = B$ dir.

Kümelerin Kesişimi ($\cap$)

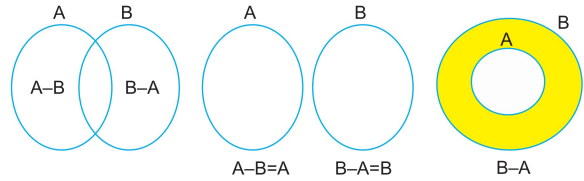
A ve B iki küme olmak üzere A ve B kümelerinin ortak elemanlarından oluşan kümeye A ile B nin kesişim kümesi denir. $A \cap B$ ile gösterilir.

**İki Küme Farkı**

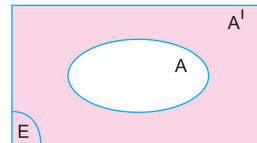
A ve B iki küme olmak üzere A kümesinde olup B kümesinde olmayan elemanlardan oluşan kümeye A fark B kümesi denir.

$A - B$ veya $A \setminus B$ olarak gösterilir.

$A - B = \{x: x \in A \text{ ve } x \notin B\}$

**Kümelerde Tümele**

E evrensel kümesinde A bir küme olmak üzere, E nin elemanı olan fakat A nın elemanı olmayan elemanlardan oluşan kümeye A nın tümeleyeni denir. A^I ile gösterilir.



$A^I = \{x: x \in E \text{ ve } x \notin A\}$

Tümleme İşleminin Özellikleri

E evrensel kümesinde A ve B iki küme olmak üzere

1. $(A')' = A$
2. $\emptyset' = E$ ve $E' = \emptyset$
3. $A \cup A' = E$ ve $A \cap A' = \emptyset$
4. $E - A = A'$ ve $E - A' = A$
 $A - E = \emptyset$
 $A - \emptyset = A$
 $\emptyset - A = \emptyset$
5. $A - B = A \cap B'$
6. $(A \cup B)' = A' \cap B'$
 $(A \cap B)' = A' \cup B'$ } De Morgan kuralları
7. $A \subset B$ ise $B' \subset A'$

Kümelerin Eleman Sayısı

1. $A \cap B \neq \emptyset$ ise
 $s(A \cup B) = s(A) + s(B) - s(A \cap B)$
2. $A \cap B = \emptyset$ ise $s(A \cup B) = s(A) + s(B)$
3. $A \subset B$ ise $s(A \cup B) = s(B)$
4. $s(A \cup B \cup C) = s(A) + s(B) + s(C) - s(A \cap B) - s(A \cap C) - s(B \cap C) + s(A \cap B \cap C)$

Kartezyen Çarpım

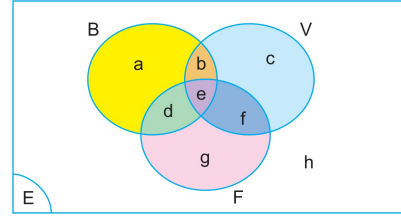
A ve B boş kümeden farklı iki küme olmak üzere, birinci bileşeni A dan, ikinci bileşeni B den alınarak elde edilen bütün sıralı ikililer kümesine A ile B nin kartezyen çarpımı denir. $A \times B$ ile gösterilir.

$$A \times B = \{(x, y) : x \in A \text{ ve } y \in B\}$$

Kartezyen Çarpımın Özellikleri

1. $A \neq B$ ise $A \times B \neq B \times A$
2. $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$
3. $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$
4. $s(A \times B) = s(A) \cdot s(B)$

Küme Problemleri



Yukarıdaki Venn şemasında a, b, c, d, e, f, g, h bir sporcu grubunda basketbol, voleybol ve futbol oynayanların eleman sayısını göstermektedir.

B: Basketbol oynayanların kümesi

V: Voleybol oynayanların kümesi

F: Futbol oynayanların kümesi

- Futbol oynayanların sayısı
 $s(F) = d + e + f + g$
- Voleybol oynayanların sayısı
 $s(V) = b + c + e + f$
- Basketbol oynayanların sayısı
 $s(B) = a + b + d + e$
- En az bir sporu yapanların sayısı $= a + b + c + d + e + f + g$
- En az iki sporu yapanların sayısı $= b + d + e + f$
- En çok bir sporu yapanların sayısı $= a + c + g + h$
- Üç spordan yalnız birini oynayanların sayısı $= a + c + g$
- Üç spordan yalnız ikisini oynayanların sayısı $= b + d + f$
- Basketbol ya da voleybol oynayanların sayısı $= a + d + c + f$

Küme İşlemlerinin Sembolik Mantık Kuralları ile Gösterimi

Sembolik mantık	0	1	$\vee$	$\wedge$	p' (p'nin değili)
Kümeler	$\emptyset$	E	$\cup$	$\cap$	A' (A'nın tümleyeni)